平成２５年度一般入学試験問題

数　　学

【注　意　事　項】

1. 試験開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけない。

2. 試験開始の合図があれば，**受験番号**を

   a. **問題用紙**（この冊子）の表紙

   b. **答案用紙**（この冊子に挟み込まれている）の**(1)**

   の**計 2 か所**にある**受験番号欄**にはっきりと記入しなさい。

3. 問題用紙には，**計 3 問**の問題が**数 1**～**数 5** の各ページに記載されている。問題の脱落や印刷の汚れに気づいたときは，直ちに監督者に申し出なさい。

4. 解答は，答案用紙の指定された**解答欄**の枠内に記入しなさい。解答を得るまでの計算・推考の過程は，答案用紙の指定された**計算欄**に簡潔に示しなさい。

5. 下書きは，問題用紙の空白部分を利用しなさい。

6. 問題用紙および答案用紙を持ち帰ってはいけない。

受験番号	

1 次の(1)から(5)までの各問いの（　　　）に当てはまる数値，または式を求めよ（配点 70 点）。

(1) a, b, c, d が互いに異なり，0 でない実数のとき，

$$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{b}-\frac{1}{c}=\frac{1}{c}-\frac{1}{d}$$

が成立するなら，$\dfrac{ab+bc+cd+da}{da}$ の値は（　　　）である［10 点］。

(2) $\tan\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{2}{5}$ のとき，$\dfrac{1+\cos\theta+2\sin\theta}{1-\cos\theta+2\sin\theta}$ の値は（　　　）である［10 点］。

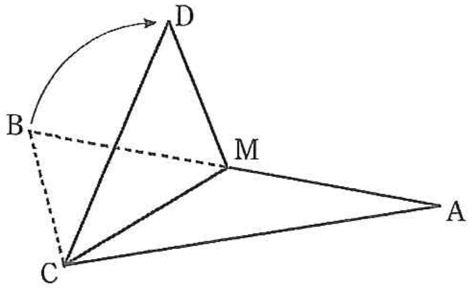
1 （続き）

(3) 定数aの範囲が$p<a<q$であれば，すべての実数xに対して不等式

$$2^{x^2+8\log_a 4}>a^x$$

が成立するとき，$p+q$の値は（　　　）である［15点］。

(4) $\angle C$が直角である三角形の紙ABCがある。2辺BC, CAの長さをそれぞれa, bとし，辺ABの中点Mと点Cを結ぶ線分CMに沿ってこの紙の平面BCM部分を直角に折り曲げる。すなわち，点Bが点Dに移動し，折り曲げられた平面DCMと元の平面ACMが直交するようにする。このとき，ベクトル$\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CD}$の内積は（　　　）である［15点］。



1 （続き）

(5) 曲線 $y=x^3-4ax^2+6x-4$ と $y=-2x^2+22x-24$ が点Pで接するように定数 a を定め，その接点Pの x 座標が p であるとき，2つの曲線の交点Qの x 座標が q に，点P, Q間の2つの曲線で囲まれる部分の面積が S になるとすれば，$\dfrac{S}{a(p-q)}$ の値は（　　　）である［20点］。

2 $3n$ 人の選手が参加する腕相撲大会で，最初に3つのブロックに分け，それぞれのブロックで n 人の選手が総当たり戦を行うとき，次の各問いに答えよ（配点40点）。

(1) 1つのブロックにおける総当たり戦の試合数を求めよ。

(2) 選手が勝つ確率が $\dfrac{1}{2}$ であるとき，1つのブロックにおいて

(a) 全勝する選手がいる確率を求めよ。

(b) 全勝する選手がいて，同時に全敗する選手がいる確率を求めよ。

(c) 全勝するか，あるいは全敗する選手がいる確率を求めよ。

(3) 総当たり戦の結果，各ブロックからそれぞれ1人が勝ち上がり，3人が残る。この3人，A, B, C で勝ち抜き戦を行い，2連勝した選手を優勝とする。最初に，AとBが対戦し，Cは待機する。Aが勝てば，次にAはCと対戦し，Bは待機する。さらにAが勝てば，2連勝で優勝であるが，Cが勝てば，CはBと対戦し，Aは待機する。このようにして，3人のうち誰かが2連勝して優勝が決まるまで対戦を続ける。このとき，最初のAとBの対戦でそれぞれが勝つ確率は $\dfrac{1}{2}$ であるが，勝ち残った選手が待機していた選手に勝つ確率は $\dfrac{1}{4}$ であるとして，Aが優勝する確率を求めよ。

(4) (3)において，最初に待機するCが優勝する確率を求めよ。

3

関数 $f(x)=e^{-x}\sin x$ について，次の各問いに答えよ（配点 40 点）。

(1) $f'(x)$ を求めよ。

(2) $0<x<5\pi$ における関数 $f(x)$ の極大値をすべて求めよ。

(3) $(k-1)\pi \leqq x \leqq k\pi \quad (k=1,2,\cdots,n)$ において曲線 $y=f(x)$ と x 軸とで囲まれる部分を，x 軸の周りに1回転してできる立体の体積 V_k を求めよ。

(4) (3)で求めた体積 V_k から，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}V_k$ の値を求めよ。